

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ ОСНОВЫ БЕЗОПАСНОСТИ, НАДЕЖНОСТИ И КАЧЕСТВА

УДК 621.642.88:504

СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ СОСТОЯНИЯ И ПАРАМЕТРЫ НАБЛЮДЕНИЯ ОБЪЕКТА ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТИ

Н. А. Северцев

В ходе эксплуатации сложной технической системы (СТС) необходимо контролировать ее параметры для определения качества ее функционирования, выполнения своего предназначения, а также безопасности системы. При управлении ТС предполагается, что в каждый момент времени известно, в каком положении находятся все подсистемы (элементы) СТС. Это означает, что все внутренние переменные системы измерения могут быть измерены и представлены в качестве выходных значений параметров, которые определяются при прямых, косвенных, совместных и других видах измерений. Информация, полученная при прямых и совокупных измерениях, как правило, обрабатывается по определенному алгоритму для получения результатов косвенных и совместных измерений. Результаты всех измерений дают информацию о тех или иных свойствах исследуемой СТС (объекта). Соответствие значений параметров нормам, установленным в эксплуатационной документации, означает, что СТС (объект) измерения обладает набором требуемых свойств. В настоящее время часто используется понятие «состояние системы». Это понятие физической системы или физического процесса трудно поддается общему определению из-за большого разнообразия физических систем (объектов): непрерывных и дискретных, статических и динамических, логических и статистических и т.д. Отметим, что в теории измерений, основанной на точных математических методах, состояние системы (объекта) измерения может быть определено в математических терминах. Состояние системы (объекта) измерения может быть представлено в виде элемента s множества S возможных состояний, в котором расстояние между ближайшими подсистемами (элементами) определяется точностью измерений. Множество состояний S можно рассматривать как метрическое пространство состояний системы (объекта), в котором расстояние между двумя соседними элементами (подсистемами), принадлежащими им ($s_1 \in S$ и $s_2 \in S$), определяется с точностью, характеризуемой погрешностью измерения всех координат пространства состояний (параметров системы – объекта измерений).

Расстояние между любыми двумя соседними подсистемами, объектами s, s_1 является действительной функцией $R(s, s_1)$, удовлетворяющей трем аксиомам метрического пространства [1]:

$$\begin{aligned} R(s, s_1) &= 0 \quad \text{при} \quad s = s_1; \quad R(s, s_1) = R(s_1, s); \\ R(s_1, s_2) &\leq R(s, s_1) + R(s, s_2), \end{aligned}$$

где s – любая точка; s_1, s_2 – известные точки; R – расстояние между точками. Пространство состояний можно использовать для анализа объектов (систем) измерений, характеризующихся как не-

зависимыми, так и взаимосвязанными между собой параметрами. В первом случае для оценки состояния необходимо вести наблюдение за всеми параметрами состояния. Пространство состояния здесь является евклидовым, а расстояние между двумя соседними точками в нем определяется евклидовой метрикой

$$R(s, s_1) = \sqrt{(s, s_1)}. \quad (1)$$

Во втором случае, когда между параметрами имеются какие-либо зависимости, необходимо учитывать эту взаимосвязь. Если среди них выделить группу независимых параметров, то наблюдение за объектом (системой) измерения можно осуществлять только по ней. Эти параметры мы назовем параметрами наблюдения. Пространство, образуемое ими, назовем пространством наблюдения. При отсутствии взаимосвязи параметры состояния являются и параметрами наблюдения, а пространство состояния совпадает с пространством наблюдения. Пользуясь взаимосвязью, можно выделить несколько групп параметров наблюдения, каждая из которых образует свое пространство наблюдения. В этом случае оно не совпадает с пространством состояния и является его частью. В новых координатах пространства наблюдения расстояние между двумя соседними точками будет определяется уже не евклидовой метрикой, а более сложной метрикой риманова пространства.

Предварительный анализ любой системы (объекта) измерения показывает, что между параметрами, характеризующими состояние системы (объекта), всегда существуют некоторые соотношения, которые выражают в виде математической зависимости реальные физические связи. Примерами таких соотношений являются уравнения сплошности, материального и теплового баланса, зависимости, отражающие состояние газа, пара, законы теплообмена, гидродинамики и т.д. Предположим, что система (объект) измерения в пространстве состояний P характеризуется вектором $\hat{p}$ с координатами $p_1, p_2, \dots, p_n$ и между ними имеет место соотношение [2]

$$f(p_1, p_2, \dots, p_n) = 0. \quad (2)$$

Множество S всех точек $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, удовлетворяющих уравнению (1), называется гиперповерхностью пространства s . Если функция (2) имеет в области изменения параметров G непрерывные частные производные по переменным $p_1, p_2, \dots, p_n$, то в каждой точке p области G определен градиент функции f :

$$\text{grad}(f) = \left(\frac{\partial f}{\partial p_1}, \frac{\partial f}{\partial p_2}, \dots, \frac{\partial f}{\partial p_n} \right). \quad (3)$$

Если функция f линейная и хотя бы один из коэффициентов, стоящих перед переменной p_i , отличен от нуля, то гиперповерхность представляет собой плоскость. Пусть имеется h гиперповерхностей $s_1, s_2, \dots, s_n$, каждая из которых отражает реально существующую физическую связь между координатами p_i . В пространстве состояний p они заданы соответственно уравнениями

$$\left. \begin{aligned} f_1(p_1, p_2, \dots, p_n) &= 0 \\ f_2(p_1, p_2, \dots, p_n) &= 0 \\ &\dots \\ f_h(p_1, p_2, \dots, p_n) &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Пересечение всех этих гиперповерхностей, т.е. множество всех точек $p \in P$, удовлетворяющих одновременно всем уравнениям (4), называется m -мерным многообразием с размерностью $(m = n - h)$, которое в пространстве состояния P задается системой $(n - m)$ -уравнений. В частности, при $h = 1$ $(n - 1)$ -мерное многообразие задается одним уравнением и совпадает с гиперповерхностью S .

Будем считать, что ведется наблюдение сложного физического явления, описываемого соотношением (4). Любому состоянию этого физического явления соответствует определенная точ-

ка M многообразия в пространстве состояний P , которая принадлежит всем гиперповерхностям, образующим многообразие. Подчеркнем, что в соответствии с законом или моделью, отражающими это физическое явление, точка M находится не в любой точке пространства P , а только на многообразии. В противном случае закон или модель неверно отражают сущность физического явления.

Анализ уравнений (4) показывает, что для определения точки M в пространстве P нет необходимости в измерении всех его параметров (координат). Уравнения (4) связывают между собой параметры $p_1, p_2, \dots, p_n$, значение любого из них, например p_n , можно определить через значения остальных параметров $p_1, p_2, \dots, p_{n-1}$. Следовательно, пространство P , порожаемое координатами $p_1, p_2, \dots, p_n$, совпадает с подпространством, порожаемым координатами $p_1, p_2, \dots, p_{n-1}$. Не изменяя пространство P , можно исключить из системы порожающих координат всякий параметр, являющийся комбинацией остальных. Проводя такое исключение последовательно h раз в соответствии с числом уравнений (4), можно добиться того, что из первоначальной системы координат остаются только независимые между собой, соответствующие базис-пространства и порожающие подпространство X размерности $n-h$, которые по существу являются пространством наблюдения. Отсюда следует, что пространство наблюдения отличается от пространства состояния тем, что его образуют только независимые параметры, образующие базис-пространства. Кроме того, благодаря взаимосвязи параметров в пространстве состояния возможно существование нескольких пространств наблюдения.

Реально существующее явление, отражаемое уравнениями (4), не зависит от того, в какой системе координат оно рассматривается, так как в любой системе координат его всегда можно физически истолковать. На практике для контроля технологического процесса можно использовать, как правило, какую-то одну из возможных координатных систем. В этом случае точка M , характеризующая состояние физического явления (процесса) в пространстве P , отображается точкой M^1 в пространстве наблюдения X , которое является подпространством в пространстве состояний P . Тем самым допускается, что для наблюдения физического процесса нет необходимости знать положение точки M , достаточно знания ее образа M^1 . Решение по управлению СТС должно приниматься на основе анализа положения образа M^1 , находящегося в пространстве наблюдения. Рассмотрим m -мерное многообразие, выражаемое уравнениями (4), в n -мерном пространстве состояния P и вычислим дифференциал дуги по кривой, расположенной на многообразии в координатах $X_1, \dots, X_m$ пространства наблюдения X . Он равен

$$dS^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m G_{ij}(X_1, \dots, X_m) dX_i dX_j. \quad (5)$$

Данное выражение является дифференциальной квадратичной формой и определяет метрику пространства наблюдения. Применим определение риманова пространства. Римановым пространством называется многообразие, в котором задана инвариантная дифференциальная квадратичная форма. Отсюда пространство наблюдения, в котором находится многообразие, является римановым пространством с симметричным тензором G , если соблюдается условие

$$G = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & \dots & G_{1m} \\ & G_{22} & \dots & G_{2m} \\ & & \dots & \dots \\ & & & G_{mm} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Напишем выражения для компонент G_{ij} метрического тензора G при известных соотношениях (4). Они в общем виде находятся из выражения

$$G_{ij}(p_1, p_2, \dots, p_n) = \left[\frac{\partial p_1}{\partial X_i} \frac{\partial p_1}{\partial X_j} + \frac{\partial p_2}{\partial X_i} \frac{\partial p_2}{\partial X_j} + \dots + \frac{\partial p_n}{\partial X_i} \frac{\partial p_n}{\partial X_j} \right]. \quad (7)$$

Представим выражения для компонент метрического тензора в координатах $X_1, \dots, X_m$. Для диагональных элементов тензора (6) они равны [2]

$$\left. \begin{aligned} G_{11} &= \left(\frac{\partial P_1}{\partial X_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial P_2}{\partial X_1} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial P_m}{\partial X_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial P_{m+1}}{\partial X_1} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial P_n}{\partial X_1} \right)^2 \\ G_{22} &= \left(\frac{\partial P_1}{\partial X_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial P_2}{\partial X_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial P_m}{\partial X_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial P_{m+1}}{\partial X_2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial P_n}{\partial X_2} \right)^2 \\ &\dots \\ G_{mm} &= \left(\frac{\partial P_1}{\partial X_m} \right)^2 + \left(\frac{\partial P_2}{\partial X_m} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial P_m}{\partial X_m} \right)^2 + \left(\frac{\partial P_{m+1}}{\partial X_m} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\partial P_n}{\partial X_m} \right)^2 \end{aligned} \right\}. \quad (8)$$

Для всех остальных элементов они равны

$$\left. \begin{aligned} G_{12} = G_{21} &= \frac{\partial P_1}{\partial X_1} \frac{\partial P_1}{\partial X_2} + \frac{\partial P_2}{\partial X_1} \frac{\partial P_2}{\partial X_2} + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial X_1} \frac{\partial P_n}{\partial X_2} \\ G_{23} = G_{32} &= \frac{\partial P_1}{\partial X_2} \frac{\partial P_1}{\partial X_3} + \frac{\partial P_2}{\partial X_2} \frac{\partial P_2}{\partial X_3} + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial X_2} \frac{\partial P_n}{\partial X_3} \\ &\dots \\ G_{(m-1)m} = G_{m(m-1)} &= \frac{\partial P_1}{\partial X_{m-1}} \frac{\partial P_1}{\partial X_m} + \frac{\partial P_2}{\partial X_{m-1}} \frac{\partial P_2}{\partial X_m} + \dots + \frac{\partial P_n}{\partial X_{m-1}} \frac{\partial P_n}{\partial X_m} \end{aligned} \right\}. \quad (9)$$

В этом случае, если $G_{ik} = 0$ ($i \neq k$), а $G_{ii} = 1$, имеем евклидово пространство. При $G_{ik} = 1$ происходит деформация пространства наблюдения: $G_{ii} > 1$ – сжатие, при $G_{ii} < 1$ – растяжение. Если $G_{ik} \neq 0$ ($i \neq k$), то происходит еще более сложное искажение пространства наблюдения. Следовательно, метрический тензор характеризует структуру риманова пространства. Таким образом, пространство X , в котором проводят наблюдения за состоянием СТС (объекта) измерения, характеризуется матричным тензором, который определяется с помощью уравнений (4) явления (процесс). Зная метрический тензор, можно определить метрику пространства наблюдения X – это метрика риманова пространства.

Проведенный системный анализ пространства состояний и выявления структуры наблюдения позволяет сделать заключение о существовании особых свойств у объекта (СТС) измерения, обусловленных наличием взаимосвязи между параметрами. Они проявляются в том, что благодаря этой взаимосвязи принципиально существует несколько пространств наблюдения, каждое из которых обладает своей метрикой. Они позволяют выделить из всей информации, относящейся к измерениям исследуемой СТС (объекту), именно ту, которая лучше всего характеризует происходящие в системе (объекте) физические процессы, влияющие на безопасность. Свойства объекта измерения, характеризующие информативность параметров, необходимых для целей управления и обслуживания, правомерно называть метрическими свойствами.

С точки зрения ценности информации метрические свойства характеризуют информативность физических величин параметров. Она выражается через целевую ценность, отражающую взаимосвязь системного параметра с внутренними параметрами объекта (СТС) измерения. Для независимых параметров она различна для целей управления и обслуживания. Выбор контролируемых параметров, учитывая метрические свойства, может быть основан на том, что благодаря их взаимосвязи существует несколько базисов для пространства наблюдения, образуемого независимыми параметрами. Учитывая, что каждое пространство наблюдения обладает своим метрическим тензором, можно ожидать, что выделенные группы независимых параметров также являются неравноценными. С учетом метрического свойства объекта измерения целесообразно выделять наилучшую с точки зрения измерения оценки обобщенных или системных параметров объекта (СТС). В различных координатах пространства наблюдения можно определить такую группу параметров непосредственного измерения, в которой погрешность косвенного измерения будет меньше.

Пример 1. Рассмотрим физическое явление, которое характеризуется тремя физическими величинами P_1, P_2, P_3 и двумя линейными уравнениями, их связывающими:

$$P_1 + P_2 + P_3 - 2 = 0, \quad (10)$$

$$2P_1 - P_2 + 3P_3 - 1 = 0. \quad (11)$$

Эти два уравнения определяют линию в трехмерном пространстве, которая в данном случае является многообразием (рис. 1).

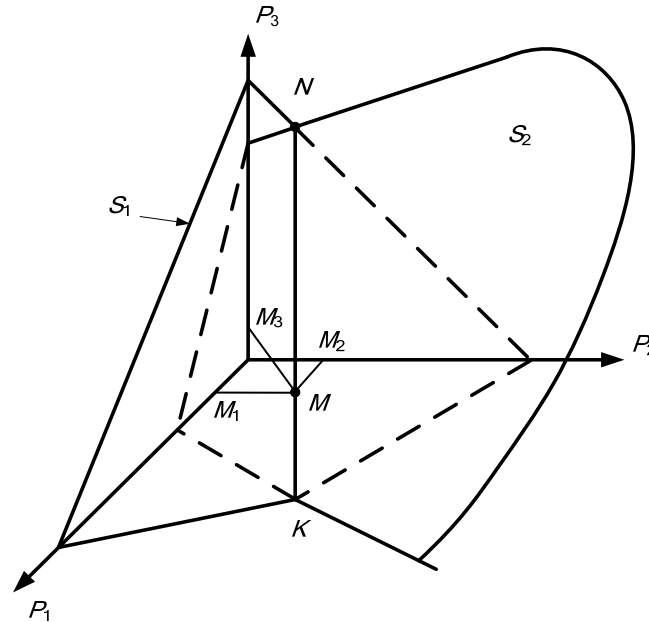


Рис. 1. Наблюдение физического процесса, характеризуемого двумя линейными уравнениями

На рис. 1 изображены трехмерное пространство и две плоскости S_1 и S_2 в нем. Все состояния наблюдаемого физического процесса находятся в положительной области изменения параметров и отображаются точками, лежащими на линии пересечения плоскостей NK . Наблюдать технологический процесс, характеризуемый приведенными уравнениями, и его состояние в точке M можно по одной непосредственно измеряемой величине. Если этой величиной является одна из координат P_1, P_2, P_3 , то любое состояние физического явления в целом, характеризуемое оригиналом в целом точки M , можно наблюдать по одному из его образов M_1, M_2, M_3 , находящихся соответственно на координатах P_1, P_2, P_3 . Подчеркнем, что состояние объекта (СТС) измерения характеризуется точками, лежащими только на прямой NK . Для нахождения расстояния между двумя ближайшими точками воспользуемся выражением (5). На прямой метрический тензор (6) выражается в один компонент G_{11} , который находится по выражению (8). Для этого необходимо, используя исходные уравнения (10) и (11), выразить через наблюдаемую физическую величину, например P_1 , остальные физические величины P_2 и P_3 , взять соответствующие производные и определить значения компонента метрического тензора:

$$P_2 = 1,25 - 0,25P_1;$$

$$P_3 = 0,75 - 0,75P_1;$$

$$G_{11} = 1 + 0,25^2 + 0,75^2 = 1,625.$$

Проведем подобные операции с двумя оставшимися величинами и получим значения компонент метрического тензора для двух других физических величин $G_{22} = 26, G_{33} = 2,44$. Поставляя компоненты метрического тензора в выражение (5), получим дифференциалы расстояния на прямой NK для каждого из рассмотренных случаев:

$$dS^2 = 1,625(dP_1)^2; dS^2 = 26(dP_2)^2; dS^2 = 2,44(dP_3)^2. \quad (12)$$

Дифференциалы (12) определяют метрику пространства наблюдения, которая в данном примере является одна из координат P_1 , P_2 или P_3 . Коэффициенты в этих выражениях характеризуют метрические свойства объекта (СТС) измерения. При одной и той же точности измерения координат минимальное расстояние между бесконечно близкими точками будет определено при наблюдении координаты P_1 , которая является наиболее информативной и обладает наибольшей разрешающей способностью.

Пример 2. Рассмотрим состояние водяного пара.

Водяной пар характеризуется такими параметрами, как температура, давление, энтальпия, энтропия, удельный объем, удельная теплоемкость, теплопроводность и т.д. Эти характеристики являются важными при управлении безопасностью таких СТС, как атомная энергетика, ТЭС, паровые котлы и турбины и пр. Данные параметры связаны между собой известными формулами, предложенными Международной Ассоциацией по свойствам воды и водяного пара, которые позволяют определять значение любого параметра, если известны значения двух других. В настоящее время разработан пакет программ «Water SteamPro», предназначенный для вычисления теплофизических свойств воды и водяного пара в широком диапазоне исходных данных. Найдем значение компонент метрического тензора, характеризующее эти свойства. Для практических целей интерес представляет состояние пара в координатах температуры, давления, энтальпии и энтропии. Энтальпия характеризует эффективность использования пара, а энтропия – потери, связанные с его применением. Для определенности примем, что состояние пара определяется в области со значениями температуры и давления пара, равными соответственно 350 °C и 4 МПа. Сделаем расчет значений компонент метрического тензора в пространстве наблюдения, определяемом температурой и давлением. Для расчета воспользуемся выражениями (8) и (9), результаты расчета приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты расчета состояния водяного пара

Наименование величины	Обозначение	Расчетное значение
Параметры состояния:		
Температура, °C	T	300
Давление, МПа	P	5
Энтальпия, Дж/кг	H	2925,79
Энтропия, Дж/кг	S	6,2114
Параметры наблюдения: Температура, °C	T	300
Частные производные в относительной форме	$\partial ht / \partial th$	0,32
	$\partial st / \partial ts$	0,26
	$\partial hp / \partial ph$	0,0685
	$\partial sp / \partial ps$	$4,8 \cdot 10^{-5}$
Компоненты метрического тензора	G_{11}	1,18
	G_{22}	1,004
	G_{12}	2,1

Результаты расчетов показывают, что анализируемые пространства наблюдения водяного пара являются римановым пространством. Об этом свидетельствуют недиагональные метрические тензоры пространства наблюдения. Метрические свойства водяного пара как объекта наблюдения зависят от того, в каком пространстве проводят наблюдения. В табл. 2 приведено пространственное расположение компонент метрического тензора.

Таблица 2

Пространственное расположение компонент метрического тензора

Компоненты метрического тензора	Координаты пространства наблюдения		
	$t-p$	$h-p$	$s-p$
G_{11}	1,16	14,9	17,3
G_{22}	1,004	3,79	1326
G_{12}	2,1	5,24	20,1

Из табл. 2 следует, что в рассматриваемой точке лучшим пространством наблюдения является пространство, определяемое координатами P и t . Сделанный вывод подтверждается практикой измерения параметров пара в СТС СРВ. Отметим, что значения частных производных, а следовательно, и компонент метрического тензора зависят от значений параметров пара. Поэтому метрические свойства пространства наблюдения за состоянием измеряемой субстанции (в частности водяного пара) зависят от точки наблюдения. Для их анализа необходимо провести исследования во всей области изменения параметров, характерной для конкретной практической задачи.

Список литературы

1. Северцев, Н. А. Надежность сложных систем в эксплуатации и отработке / Н. А. Северцев. – М. : Высш. шк., 1989. – 431 с.
2. Северцев Н. А. Системный анализ и моделирование безопасности / Н. А. Северцев, В. К. Дедков. – М. : Высш. шк., 2006. – 461 с.

УДК 621.642.88:504

Северцев, Н. А.

Системный анализ определения параметров состояния и параметры наблюдения объекта для обеспечения безопасности / Н. А. Северцев // Надежность и качество сложных систем. – 2013. – № 1. – С. 4–10.

Северцев Николай Алексеевич

доктор технических наук, профессор,
начальник отдела безопасности
и нелинейного анализа,
Учреждение Российской академии наук,
Вычислительный центр
им. А. А. Дородницына РАН
119333, г. Москва, ул. Вавилова, 40.
+7(499)135-55-08

Аннотация. Показано, что состояние системы (объекта) измерения может быть представлено в виде элемента s множества S возможных состояний, в котором расстояние между ближайшими подсистемами (элементами) определяется точностью измерений. Предложено через метрические свойства системы характеризовать информативность физических величин параметров, которая выражается через целевую ценность, отражающую взаимосвязь системного параметра с внутренними параметрами объекта измерения. Осуществлен выбор контролируемых параметров с учетом их метрических свойств. Представлено, что метрические свойства объекта измерения целесообразно определить как некоторую группу параметров непосредственного измерения, в которой погрешность косвенного измерения будет минимизирована.

Ключевые слова: сложная система, системные параметры, измерение, погрешность, информативность.

Severcev Nikolaj Alekseevich

doctor of technical sciences, professor,
head of department of safety and nonlinear analysis,
Institution of Russian Academy of Sciences,
Dorodnicyn Computing Centre of RAS
119333, Moscow, 40 Vavilova str.

Abstract. It is shown that the condition of system (object) of measurement can be presented in the form of an element s of a set of S possible conditions in which the distance between the next subsystems (elements) is defined by the accuracy of measurements. It is offered to characterize informational content of physical quantities of parameters which is expressed through the target value reflecting interrelation of system parameter with internal parameters of object of measurement through metric properties of system. The choice of controlled parameters taking into account their metric properties is carried out. It is presented that it is expedient to define metric properties of object of measurement as some group of parameters of direct measurement in which the error of indirect measurement will be minimized.

Key words: difficult system, system parameters, measurement, error, informational content.